

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN	: A70 – Pemodelan & Teori Risiko
TANGGAL	: 20 August 2019
JAM	: 13:30 – 16:30
LAMA UJIAN	: 180 Menit
SIFAT UJIAN	: Tutup Buku

2019

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Ujian dan Kurikulum

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat diharapkan berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
 - a. Tata tertib akan dibacakan 10 (sepuluh) menit sebelum ujian dimulai.
 - b. Pengisian Informasi identitas pada lembar atau buku jawaban dilakukan 5 (lima) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan.
5. Surat undangan ujian dan KTP/SIM/PASPOR/Identitas berfoto lainnya wajib diperlihatkan kepada petugas saat absen.
6. Barang-barang pribadi yang diperkenankan :
 - a. Di atas Meja : Alat Tulis, Kalkulator, Identitas Diri dan Surat Undangan.
 - b. Di saku : Dompet, Obat-Obatan, Tisu dan Alat Medis yang diperlukan.
 - c. Barang-barang selain yang disebutkan di atas harus dimasukkan ke dalam tas dalam keadaan tertutup dan diletakkan di tempat yang telah ditentukan.
 - d. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
7. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian dan tidak diperkenankan untuk meminta tambahan kertas. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
8. Setiap kandidat dilarang mengisi lembar jawaban dan membuka lembar soal sebelum waktu ujian dimulai.
9. Kandidat dilarang melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung termasuk meminjam atau meminjamkan alat tulis dan/atau kalkulator.
10. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
11. Kandidat hanya diperkenankan meninggalkan ruangan ujian sementara waktu hanya untuk keperluan medis mendesak atau ke toilet.
12. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk sementara harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap Kandidat yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
13. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan dalam pemberian sanksi.
14. Sanksi yang diberikan dapat berupa :
 - a. Diskualifikasi ujian;
 - b. Pelarangan ujian dalam kurun waktu tertentu; dan/atau

- c. Sanksi lain yang akan ditentukan oleh Komisi Kode Etik.
15. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
 16. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang dan area ujian yang ditentukan.
 17. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 5 (lima) hari kalender setelah hari terakhir ujian pada periode tersebut.

KOMISI UJIAN DAN KURIKULUM PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 5 (lima) pilihan jawaban dan hanya terdapat 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Kandidat diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Kandidat wajib **mengisi informasi pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama**.

Ujian Soal Essay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Kandidat pada buku jawaban soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Kandidat diperbolehkan untuk mengerjakan soal secara tidak berurutan dengan menuliskan nomor soal dengan jelas.
4. Kandidat wajib **mengisi informasi pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani buku jawaban soal tersebut tanpa menuliskan nama**.

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Kandidat dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 5 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Sebelum dikenakan potongan deductible, suatu kerugian asuransi kecelakaan diri mengikuti distribusi Pareto dengan $\alpha = 3,7$ & $\theta = 120$. Diketahui besaran deductible = 25. Hitung variansi besar klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi tersebut untuk satu kali kejadian termasuk apabila pembayaran klaim sebesar nol.
 - A. Kurang dari 3.900
 - B. Sedikitnya 3.900 tapi kurang dari 4.000
 - C. Sedikitnya 4.000 tapi kurang dari 4.100
 - D. Sedikitnya 4.100 tapi kurang dari 4.200
 - E. Sedikitnya 4.200

2. Diberikan informasi sebagai berikut
 - Banyaknya kesalahan yang dilakukan oleh staff klaim asuransi kesehatan setiap jamnya mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata λ
 - Distribusi prior dari λ diketahui mengikuti distribusi Gamma dengan $\alpha = 0,8$ dan $\theta = 1/40$
 - Seorang staff klaim, Sastro Dian, diketahui melakukan kesalahan sebanyak 6 kali dalam 100 jam waktu observasi.
 Tentukan ekspektasi banyaknya kesalahan yang akan dilakukan oleh Sastro Dian dalam 100 jam ke depan.
 - A. Kurang dari 0,3
 - B. Sedikitnya 0,3 tapi kurang dari 3,5
 - C. Sedikitnya 3,5 tapi kurang dari 4,0
 - D. Sedikitnya 4,0 tapi kurang dari 4,5
 - E. Sedikitnya 4,5

3. Dengan menggunakan metode *maximum likelihood*, suatu peubah acak X dapat dimodelkan dengan distribusi Pareto. Diketahui informasi sebagai berikut:
 - Parameter model $\alpha = 3,0$ dan $\theta = 1.000$
 - Inverse dari matrix informasi dengan alpha (α) sebagai parameter pertama dan theta (θ) sebagai parameter kedua adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 0,029 & 12 \\ 12 & 5333 \end{bmatrix}$$
 Tentukan standard deviasi dari estimasi fungsi survival pada $x = 5000$.
 - A. Kurang dari 0,0005
 - B. Sedikitnya 0,0005 tapi kurang dari 0,0010
 - C. Sedikitnya 0,0010 tapi kurang dari 0,0015
 - D. Sedikitnya 0,0015 tapi kurang dari 0,0020
 - E. Sedikitnya 0,0020

4. Diberikan informasi sebagai berikut:

- Besaran klaim untuk suatu pemegang polis diketahui mengikuti distribusi *mixed exponential* dengan fungsi peluang

$$f(x) = 0,8\lambda e^{-\lambda x} + 0,4\lambda e^{-2\lambda x}, x > 0$$

- Distribusi prior dari λ ialah Gamma dengan $\alpha = 4$ dan $\theta = 0,005$

Menggunakan analisis Bayesian, tentukan ekspektasi besaran klaim untuk klaim selanjutnya dari pemegang polis yang sebelumnya pernah mengajukan klaim sebesar 1.000. (Pilihlah jawaban yang paling mendekati.)

- A. 200
- B. 225
- C. 250
- D. 275
- E. 300

Silahkan gunakan informasi berikut untuk menjawab pertanyaan 5 dan 6.

- Diketahui data untuk dua kelas, A dan B, selama tiga tahun sebagai berikut:

	<i>Exposure</i>		
Tahun	A	B	Total
2014	150	90	240
2015	170	100	270
2016	200	80	280
Total	520	270	790

	Premi Murni		
Tahun	A	B	Total
2014	4,00	4,22	4,08
2015	4,65	4,70	4,67
2016	3,70	5,38	4,18
Total	4,10	4,74	4,32

- Diasumsikan bahwa kerugian di setiap tahun telah disesuaikan terhadap besarnya biaya di tahun 2019.
- $\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 = 142,189$
- $\sum_{i=1}^2 m_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = 72,296$

5. Menggunakan metode empirik non-parametrik Bayes (*nonparametric Empirical Bayes*), hitung nilai ekspektasi dari proses variansi. (Pilihlah jawaban yang paling mendekati.)
- 30
 - 35
 - 40
 - 45
 - 50
6. Menggunakan metode empirik non-parametrik Bayes (*nonparametric Empirical Bayes*), hitung nilai variansi dari hipotesis rata-rata premi murni (*Variance of the Hypothetical Mean Pure Premiums*). (Pilihlah jawaban yang paling mendekati.)
- 0,03
 - 0,05
 - 0,07
 - 0,09
 - 0,11
7. Banyaknya karyawan laki-laki di suatu divisi aktuaria perusahaan asuransi umum dengan total karyawan sejumlah m orang diketahui berdistribusi Binomial dengan parameter q . Diketahui q bervariasi antar perusahaan asuransi yang berbeda dengan distribusi Beta yang memiliki parameter $\alpha = 3$, $\beta = 3$, dan $\theta = 1$.
- Berapakah peluang bahwa suatu divisi aktuaria asuransi umum dengan total 6 karyawan, mempunyai 5 karyawan laki-laki dan 1 karyawan perempuan?
- Kurang dari 11%
 - Sedikitnya 11% tapi kurang dari 12%
 - Sedikitnya 12% tapi kurang dari 13%
 - Sedikitnya 13% tapi kurang dari 14%
 - Sedikitnya 14%
8. Banyaknya klaim N tercatat pada suatu portofolio asuransi mengikuti distribusi sbb:

n	$\Pr(N = n)$
2	50%
3	30%
4	20%

Jika suatu klaim terjadi, akan dibayarkan manfaat sebesar 0 atau 10 dengan peluang sebesar 0,7 dan 0,3. Banyaknya klaim dan besar manfaat yang dibayarkan untuk setiap klaim ialah saling bebas.

Hitung peluang bahwa total nilai manfaat yang dibayarkan akan lebih besar dari nilai ekspektasi pembayaran manfaat sejauh minimal 2,5 kali standar deviasi. (Pilihlah jawaban yang paling mendekati.)

- A. 2,0%
- B. 2,5%
- C. 3,0%
- D. 3,5%
- E. 4,0%

9. Sebelum mengobservasi suatu data, diasumsikan bahwa banyaknya rasio klaim per eksposur mempunyai rata-rata = 0,8 dan variansi 0,12. Diketahui :

- Suatu standar kredibilitas penuh diperkirakan membutuhkan sample rasio frekuensi yang diamati per eksposur dalam rentang 10%.
- Rentang 10% tersebut dihitung dari nilai rasio frekuensi per eksposur dari ekspektasi populasi dengan tingkat kejadian 99%.

Diamati 112 klaim dengan eksposur sebanyak 1.000. Hitung banyaknya klaim dari 1.000 eksposure dalam satu tahun yang akan datang.

- A. 89
- B. 91
- C. 93
- D. 95
- E. 97

10. Suatu perusahaan asuransi menjual suatu polis dengan deductible yang besarnya turun secara linier sedemikian sehingga untuk klaim sebesar 500 atau kurang tidak ada manfaat yang dibayarkan. Pembayaran manfaat secara utuh akan diberikan untuk klaim sebesar 2.000 atau lebih. Tercatat ada tiga pengajuan klaim : 400, 1.000, dan 2.500. Hitung total pembayaran klaim terhadap tiga kerugian di atas.

- A. Kurang dari 3.150
- B. Sedikitnya 3.150 tapi kurang dari 3.175
- C. Sedikitnya 3.175 tapi kurang dari 3.200
- D. Sedikitnya 3.200 tapi kurang dari 3.225
- E. Sedikitnya 3225

11. Diberikan data kerugian untuk dua kategori kelas sebagai berikut:

Kategori	Banyak Klaim	Besar Klaim
A	120	40.000
B	250	110.000

Rata-rata besarnya klaim pada kategori B ialah 1,5 kali dari besar klaim pada kategori A. Besar klaim untuk masing-masing kategori berdistribusi Gamma dengan parameter $\alpha = 3$. Hitung estimasi rata-rata besar klaim untuk kategori A dengan menggunakan metode *maximum likelihood* yang diaplikasikan untuk kedua kategori di atas.

- A. Kurang dari 310
- B. Sedikitnya 310 tapi kurang dari 320
- C. Sedikitnya 320 tapi kurang dari 330
- D. Sedikitnya 330 tapi kurang dari 340
- E. Sedikitnya 340

12. Diberikan informasi sebagai berikut:

- X_i ialah banyaknya klaim yang diamati pada suatu perusahaan asuransi i dalam satu tahun.
- X_i berdistribusi negatif binomial dengan parameter $\beta = 0,7$ dan r_i .
- r_i berdistribusi gamma dengan parameter α dan θ .

Hitung K , parameter kredibilitas Buhlmann.

- A. $1,19a$
- B. $\frac{1,19}{\theta}$
- C. $2,43a$
- D. $\frac{2,43}{\theta}$
- E. Tidak ada jawaban yang benar

13. Besar klaim berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 5.000. Sebuah perusahaan asuransi membayar manfaat untuk setiap klaim dengan *excess deductible* sebesar 1.000. Hitung standar deviasi dari besaran klaim yang dibayarkan oleh perusahaan asuransi untuk satu klaim, termasuk kemungkinan besaran manfaat yang dibayarkan adalah 0. (Pilihlah jawaban yang paling mendekati.)

- A. 4.800
- B. 4.900
- C. 5.000
- D. 5.100
- E. 5.200

14. Diberikan informasi sebagai berikut :

- Besar suatu klaim individu di tahun 2014 mengikuti distribusi Eksponensial dengan rata-rata 17.000.
- Sepanjang tahun 2014 dan 2019, kerugian akan dikalikan factor inflasi.
- Terdapat ketidakpastian akan besar faktor inflasi antara tahun 2014 dan 2019, akan tetapi bisa diasumsikan bahwa nilai akan sama dengan sampel acak dari distribusi Inverse Gamma dengan parameter $\alpha = 3,1$ dan $\theta = 2,6$.

Hitung peluang bahwa suatu kerugian di tahun 2019 akan melebihi 80.000. (Pilihlah jawaban yang paling mendekati.)

- A. 1%
- B. 2%
- C. 3%
- D. 4%
- E. 5%

15. Besarnya klaim memiliki fungsi distribusi

$$F(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{100}\right)^2, & 0 \leq x \leq 100 \\ 1, & x > 100 \end{cases}$$

Sebuah perusahaan asuransi membayar 80% dari besar kerugian di luar (*in-excess of*) deductible sebesar 20, dengan syarat maksimum pembayaran 60 per kerugian.

Hitung ekspektasi bersyarat pembayaran klaim, jika diberikan bahwa pembayaran telah dilakukan (pilih jawaban dengan pembulatan terdekat)

- A. 37
- B. 39
- C. 43
- D. 47
- E. 49

16. Peubah acak N memiliki distribusi gabungan.

- i. Dengan peluang p , N memiliki distribusi binomial dengan $q = 0,5$ dan $m = 2$
- ii. Dengan peluang $1-p$, N memiliki distribusi binomial dengan $q = 0,5$ dan $m = 4$

Persamaan berikut yang tepat untuk $Pr(N = 2)$ adalah

- A. $0,125p^2$
- B. $0,375 + 0,125p$
- C. $0,375 + 0,125p^2$
- D. $0,375 - 0,125p^2$
- E. $0,375 - 0,125p$

17. Distribusi kejadian atas 84 polis yang dipilih secara acak ialah sebagai berikut :

Banyaknya kejadian	Banyaknya polis
0	32
1	26
2	12
3	7
4	4
5	2
6	1
Total	84

Dengan menghitung rata-rata dan variansi sampel data di atas, pilihlah model berikut yang paling merepresentasikan data diatas

- A. Binomial negatif
- B. *Discrete Uniform*
- C. *Poisson*
- D. *Binomial*
- E. Antara *Poisson* atau *Binomial*

18. Suatu distribusi “compound” Poisson mempunyai $\lambda = 5$ dan besar kerugian mengikuti distribusi sebagai berikut :

x	$p(x)$
100	0,80
500	0,16
1000	0,04

Hitung peluang bahwa nilai *aggregate* klaim akan tepat sebesar 600. (Pilih angka dengan pembulatan paling dekat)

- A. 3,0%
- B. 2,6%
- C. 6,0%
- D. 1,5%
- E. 8,5%

19. Suatu sampel dari 2.000 polis asuransi didapatkan 1.600 polis tanpa klaim dan 400 polis dengan sedikitnya 1 kali klaim. Dengan menggunakan pendekatan distribusi normal, tentukan symmetric 95% selang kepercayaan bagian atas untuk peluang bahwa satu polis mempunyai sedikitnya 1 klaim

- A. 0,2175
- B. 0,1175
- C. 0,0008
- D. 0,3185
- E. 0,2575

20. Suatu sampel terdiri 2,000 klaim terdiri dari sebagai berikut:

- 1.700 observasi yang tidak lebih besar dari 6.000
- 30 observasi diantara 6.000 dan 7.000
- 270 observasi yang lebih besar dari 7.000

Diketahui bahwa total jumlah klaim dari 30 observasi diantara 6.000 dan 7.000 ialah 200.000. Nilai dari $E(X \wedge 6.000)$ untuk distribusi empirikal yang berasosiasi dengan 2.000 observasi ini ialah 1.810. Hitung distribusi empirikal dari $E(X \wedge 7.000)$

- A. 1.755
- B. 1.855
- C. 1.955
- D. 2.055
- E. 2.555

21. Seorang aktuaris mengamati lima buah besaran klaim : 11,0; 15,2; 18,0; 21,0; dan 25,8.

Tentukan parameter μ dari fungsi kepadatan dibawah ini:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp \left[-\frac{1}{2x} (x - \mu)^2 \right], x, \mu > 0$$

- A. 12,64
- B. 17,64
- C. 14,54
- D. 12,85
- E. 16,74

22. Diberikan portofolio sebanyak 100 risiko pada dua kelas, A dan B dengan banyak risiko yang sama untuk kedua kelas. Kerugian pada kelas A mempunyai rata-rata = 10 dan standar deviasi = 5. Untuk keseluruhan portofolio (kelas A & B), rata-rata kerugian = 20 dan standar deviasi = 15. Hitung standar deviasi untuk kerugian yang berasal dari risiko yang terdapat pada kelas B.

- A. Kurang dari 9
- B. Sedikitnya 9 tapi kurang dari 13
- C. Sedikitnya 13 tapi kurang dari 17
- D. Sedikitnya 17 tapi kurang dari 21
- E. Sedikitnya 21

23. Kerugian pada suatu polis asuransi TPL mengikuti distribusi gabungan dari distribusi eksponensial dengan rata-rata 10 dengan bobot 75% dan sisanya distribusi eksponensial dengan rata-rata 100. Hitung besar peluang untuk suatu kerugian yang lebih besar dari 50.

- A. 0,1241
- B. 0,1567
- C. 0,2321
- D. 0,2412
- E. 0,8232

24. Besar kerugian pada suatu polis asuransi TPL mengikuti distribusi gabungan dari distribusi eksponensial dengan rata-rata 5 dan distribusi eksponensial dengan rata-rata θ . Rata-rata besar kerugian ialah 7,5 dan variansi dari besarkerugian ialah 75. Tentukan koefisiensi *skewness* dari distribusi kerugian tersebut.

- A. 7,3210
- B. 3,3209
- C. 1,7923
- D. 1,4231
- E. 2,7063

25. Untuk suatu pertanggungan asuransi perjalanan diri diberikan informasi:

- Besar kerugian dari setiap pemegang polis X mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata γ .
- γ bervariasi untuk setiap pemegang polis.
- γ mengikuti distribusi Pareto tunggal dengan parameter $\alpha = 1$ & $\theta = 1.000$

Tentukan peluang terjadinya kerugian X dengan besar lebih kecil dari 500.

- A. 0,4490
- B. 0,3490
- C. 0,9430
- D. 0,3240
- E. 0,2131

26. Banyaknya klaim pada suatu polis mempunyai distribusi Poisson dengan rata-rata P . P bervariasi untuk setiap pemegang polis. P diketahui berdistribusi uniform pada selang $[1,2]$. Hitung variansi banyaknya klaim.

- A. $\frac{3}{2}$
- B. $\frac{19}{12}$
- C. $\frac{5}{3}$
- D. $\frac{7}{4}$
- E. $\frac{23}{12}$

27. Besaran klaim berdistribusi eksponensial dengan rata-rata λ . λ bervariasi untuk setiap pemegang polis dan mengikuti distribusi Pareto dengan parameter $\alpha = 5$ dan θ . Variansi dari besar klaim sebesar 9,75. Hitung besar θ .

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7
- E. 8

28. Diberikan informasi sebagai berikut :

- Pada tahun 2018, besar klaim mengikuti distribusi Pareto dengan parameter θ dan $\alpha = 2$.
- Tingkat inflasi sebesar 6% diketahui mempengaruhi semua klaim secara uniform dari tahun 2018 sampai 2019.
- r adalah rasio untuk proporsi dari klaim yang melebihi d di tahun 2019 terhadap proporsi klaim yang melebihi d di tahun 2018.
- Proporsi dari klaim yang melebihi d di tahun 2018 diberikan oleh formula sebagai berikut

$$\left(\frac{\theta}{\theta + d}\right)^2$$

Tentukan limit dari r terhadap d apabila nilai d menuju ∞ .

- A. Kurang dari 1,05
- B. Sedikitnya 1,05 tapi kurang dari 1,10
- C. Sedikitnya 1,10 tapi kurang dari 1,15
- D. Sedikitnya 1,15 tapi kurang dari 1,20
- E. Sedikitnya 1,20

29. Pada tahun 2018, besar klaim untuk portofolio armada truk mengikuti distribusi normal dengan rata-rata $\mu=1.000$ dan variansi $\sigma^2=10.000$, dengan

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right), -\infty < x < \infty, \mu = 1000, \sigma = 100$$

Tingkat inflasi sebesar 5% mempunyai dampak secara uniform dari tahun 2018 sampai tahun 2019. Tentukan parameter distribusi normal dari besaran klaim pada tahun 2019.

- A. Bukan distribusi normal
 - B. $\mu = 1.000$ & $\sigma = 102,5$
 - C. $\mu = 1.000$ & $\sigma = 105,0$
 - D. $\mu = 1.050$ & $\sigma = 102,5$
 - E. $\mu = 1.050$ & $\sigma = 105,0$
30. X dan Y adalah dua peubah acak yang berdistribusi eksponensial. Diberikan $Var(X) = 25$ dan $Var(XY) = 7.500$. Tentukan $Var(Y)$.

- A. 25
- B. 50
- C. 100
- D. 200
- E. 300

NORMAL DISTRIBUTION TABLE

Entries represent the area under the standardized normal distribution from $-\infty$ to z , $\Pr(Z < z)$

The value of z to the first decimal is given in the left column. The second decimal place is given in the top row.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Values of z for selected values of $\Pr(Z < z)$							
z	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576
$\Pr(Z < z)$	0.800	0.850	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995

A.2.3.1 Pareto (Pareto Type II, Lomax)— α, θ

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{\alpha\theta^\alpha}{(x+\theta)^{\alpha+1}} & F(x) &= 1 - \left(\frac{\theta}{x+\theta}\right)^\alpha \\
E[X^k] &= \frac{\theta^k \Gamma(k+1) \Gamma(\alpha-k)}{\Gamma(\alpha)}, & -1 < k < \alpha \\
E[X^k] &= \frac{\theta^k k!}{(\alpha-1) \cdots (\alpha-k)}, & \text{if } k \text{ is an integer} \\
\text{VaR}_p(X) &= \theta[(1-p)^{-1/\alpha} - 1] \\
\text{TVaR}_p(X) &= \text{VaR}_p(X) + \frac{\theta(1-p)^{-1/\alpha}}{\alpha-1}, & \alpha > 1 \\
E[X \wedge x] &= \frac{\theta}{\alpha-1} \left[1 - \left(\frac{\theta}{x+\theta}\right)^{\alpha-1} \right], & \alpha \neq 1 \\
E[X \wedge x] &= -\theta \ln \left(\frac{\theta}{x+\theta} \right), & \alpha = 1 \\
E[(X \wedge x)^k] &= \frac{\theta^k \Gamma(k+1) \Gamma(\alpha-k)}{\Gamma(\alpha)} \beta[k+1, \alpha-k; x/(x+\theta)] + x^k \left(\frac{\theta}{x+\theta} \right)^\alpha, & \text{all } k \\
\text{mode} &= 0
\end{aligned}$$

A.3.2.1 Gamma— α, θ

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{(x/\theta)^\alpha e^{-x/\theta}}{x \Gamma(\alpha)} & F(x) &= \Gamma(\alpha; x/\theta) \\
M(t) &= (1 - \theta t)^{-\alpha}, & t < 1/\theta & & E[X^k] &= \frac{\theta^k \Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)}, & k > -\alpha \\
E[X^k] &= \theta^k (\alpha+k-1) \cdots \alpha, & \text{if } k \text{ is an integer} \\
E[(X \wedge x)^k] &= \frac{\theta^k \Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)} \Gamma(\alpha+k; x/\theta) + x^k [1 - \Gamma(\alpha; x/\theta)], & k > -\alpha \\
&= \alpha(\alpha+1) \cdots (\alpha+k-1) \theta^k \Gamma(\alpha+k; x/\theta) + x^k [1 - \Gamma(\alpha; x/\theta)], & k \text{ an integer} \\
\text{mode} &= \theta(\alpha-1), & \alpha > 1, \text{ else } 0
\end{aligned}$$

A.5.1.1 Lognormal— μ, σ (μ can be negative)

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-z^2/2) = \phi(z)/(\sigma x), & z = \frac{\ln x - \mu}{\sigma} & & F(x) &= \Phi(z) \\
E[X^k] &= \exp(k\mu + k^2\sigma^2/2) \\
E[(X \wedge x)^k] &= \exp(k\mu + k^2\sigma^2/2) \Phi\left(\frac{\ln x - \mu - k\sigma^2}{\sigma}\right) + x^k [1 - F(x)] \\
\text{mode} &= \exp(\mu - \sigma^2)
\end{aligned}$$

A.3.3.1 Exponential— θ

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{e^{-x/\theta}}{\theta} & F(x) &= 1 - e^{-x/\theta} \\
M(t) &= (1 - \theta t)^{-1} & E[X^k] &= \theta^k \Gamma(k+1), \quad k > -1 \\
E[X^k] &= \theta^k k!, \quad \text{if } k \text{ is an integer} \\
\text{VaR}_p(X) &= -\theta \ln(1-p) \\
\text{TVaR}_p(X) &= -\theta \ln(1-p) + \theta \\
E[X \wedge x] &= \theta(1 - e^{-x/\theta}) \\
E[(X \wedge x)^k] &= \theta^k \Gamma(k+1) \Gamma(k+1; x/\theta) + x^k e^{-x/\theta}, \quad k > -1 \\
&= \theta^k k! \Gamma(k+1; x/\theta) + x^k e^{-x/\theta}, \quad k \text{ an integer} \\
\text{mode} &= 0
\end{aligned}$$

A.3.3.2 Inverse exponential— θ

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{\theta e^{-\theta/x}}{x^2} & F(x) &= e^{-\theta/x} \\
E[X^k] &= \theta^k \Gamma(1-k), \quad k < 1 \\
\text{VaR}_p(X) &= \theta(-\ln p)^{-1} \\
E[(X \wedge x)^k] &= \theta^k G(1-k; \theta/x) + x^k (1 - e^{-\theta/x}), \quad \text{all } k \\
\text{mode} &= \theta/2
\end{aligned}$$

A.3.2.3 Weibull— θ, τ

$$\begin{aligned}
f(x) &= \frac{\tau(x/\theta)^\tau e^{-(x/\theta)^\tau}}{x} & F(x) &= 1 - e^{-(x/\theta)^\tau} \\
E[X^k] &= \theta^k \Gamma(1+k/\tau), \quad k > -\tau \\
\text{VaR}_p(X) &= \theta[-\ln(1-p)]^{1/\tau} \\
E[(X \wedge x)^k] &= \theta^k \Gamma(1+k/\tau) \Gamma[1+k/\tau; (x/\theta)^\tau] + x^k e^{-(x/\theta)^\tau}, \quad k > -\tau \\
\text{mode} &= \theta \left(\frac{\tau-1}{\tau} \right)^{1/\tau}, \quad \tau > 1, \text{ else } 0
\end{aligned}$$

B.2.1.1 Poisson— λ

$$\begin{aligned}
p_0 &= e^{-\lambda}, \quad a=0, \quad b=\lambda & p_k &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \\
E[N] &= \lambda, \quad \text{Var}[N] = \lambda & P(z) &= e^{\lambda(z-1)}
\end{aligned}$$

B.2.1.2 Geometric— β

$$\begin{aligned}p_0 &= \frac{1}{1+\beta}, \quad a = \frac{\beta}{1+\beta}, \quad b = 0 & p_k &= \frac{\beta^k}{(1+\beta)^{k+1}} \\E[N] &= \beta, \quad \text{Var}[N] = \beta(1+\beta) & P(z) &= [1 - \beta(z-1)]^{-1}.\end{aligned}$$

This is a special case of the negative binomial with $r = 1$.

B.2.1.3 Binomial— q, m , ($0 < q < 1$, m an integer)

$$\begin{aligned}p_0 &= (1-q)^m, \quad a = -\frac{q}{1-q}, \quad b = \frac{(m+1)q}{1-q} \\p_k &= \binom{m}{k} q^k (1-q)^{m-k}, \quad k = 0, 1, \dots, m \\E[N] &= mq, \quad \text{Var}[N] = mq(1-q) & P(z) &= [1 + q(z-1)]^m.\end{aligned}$$

B.2.1.4 Negative binomial— β, r

$$\begin{aligned}p_0 &= (1+\beta)^{-r}, \quad a = \frac{\beta}{1+\beta}, \quad b = \frac{(r-1)\beta}{1+\beta} \\p_k &= \frac{r(r+1) \cdots (r+k-1)\beta^k}{k!(1+\beta)^{r+k}} \\E[N] &= r\beta, \quad \text{Var}[N] = r\beta(1+\beta) & P(z) &= [1 - \beta(z-1)]^{-r}.\end{aligned}$$

Halaman ini sengaja dikosongkan

Halaman ini sengaja dikosongkan

Halaman ini sengaja dikosongkan
